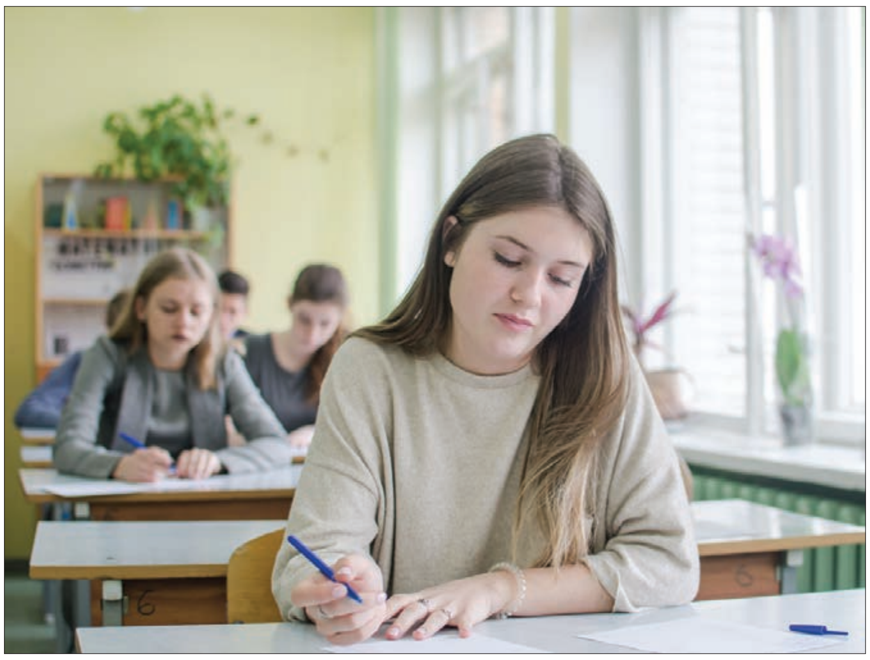
Вывучаць матэматыку, не рашаючы тэкставых задач, абсалютна бескарысна. Навучанне матэматыцы нельга падзяліць на тэорыю і рашэнне задач. Без рашэння задач нельга засвоіць тэорыю, як нельга навучыцца іграць на гітары, абмяжоўваючыся чытаннем падручніка па ігры на гітары. Тэкставыя задачы традыцыйна выклікаюць цяжкасці ў навучэнцаў, многім з якіх не ўдаецца правільна скласці ўраўненне па ўмове задачы.



Пры дапамозе канверта Пірсана

"Рашыць задачу — значыць выйграць бітву. Але выйграць бітву не значыць рашыць задачу".
Дэкарт.

У сваёй рабоце асаблівую ўвагу ўдзяляю тэкставым задачам. На ЦТ часта сустракаюцца задачы на працэнты, якія недастаткова поўна разглядаюцца ў школе. Уменне выконваць працэнтныя вылічэнні — безумоўна, адна з самых неабходных матэматычных кампетэнцый. Аднак не толькі тыя, хто ўжо даўно скончыў школу, маюць страх, калі бачаць працэнты. На ЦТ рашальнасць задач на працэнты нават цяперашнімі выпускнікамі не перавышае 20%. Гэта гаворыць пра тое, што такога тыпу задачы трэба рашаць не толькі ў малодшых класах, дзе вывучаецца гэтая тэма, але і на працягу ўсіх гадоў навучання ў школе.

У гэтым артыкуле я раскажу пра метад, які прымяняецца для рашэння задач на растворы, сплавы і сумесі ў хіміі. У матэматыцы яго таксама можна з поспехам прымяняць. Ён вельмі аблегчыць жыццё многім школьнікам, аднак прымяняць яго трэба не бяздумна. Таму давайце разбяромся, як гэта працуе.

Такія задачы можна рашаць з дапамогай правіла крыжа ці канверта Пірсана. Сутнасць яго — у складанні крыжа, у выглядзе якога размяшчаюць дзве прамыя лініі. У цэнтры пішуць тую канцэнтрацыю, якую трэба атрымаць, ля канцоў ліній крыжа злева — канцэнтрацыі зыходных раствораў (большую — зверху, меншую — знізу), ля канцоў ліній крыжа справа — шукаемыя канцэнтрацыі (ці масы) раствораў, якія атрымліваюць адніманнем па напрамку ліній ад большай велічыні меншай. Разгледзім прымяненне канверта Пірсана на прыкладах рашэння задач.

Задача 1. У якіх прапорцыях трэба змяшаць p-працэнтную і q-працэнтную кіслату, каб атрымаць r-працэнтны раствор?

Рашэнне. Няхай $p<q$. Тады $p \le r \le q$. Калі p-працэнтнай кіслаты x літраў (ці кілаграмаў), а q-працэнтнай — y літраў (ці кілаграмаў), то

$$\frac{xp}{100}+\frac{yq}{100}=\frac{(x+y)\,r}{100}$$

(гэтае ўраўненне наглядна паказвае, што працэнты тут ні пры чым, сотні скарачаюцца), адкуль

$x(r-p)=y(q-r)$.

Такім чынам,

$$\frac{x}{y}=\frac{q-r}{r-p}, \qquad (1)$$

што проста прадставіць схематычна (мал.1).

p q

r

$q-r$ $r-p$

Мал.1

(Ад большага аднімаецца меншае.)

Задача 2. Адзін раствор змяшчае 20% солі, а другі — 70% солі. Колькі літраў першага і другога раствору трэба ўзяць, каб атрымаць 100 л раствору з 50-працэнтнай колькасцю солі?

Рашэнне. Прыменім схему (мал.2).

20 70

50

70 – 50 = 20 50 – 20 = 30

Мал.2

Такім чынам, аб'ёмы шукаемых раствораў адносяцца як 20 : 30 = 2 : 3 (роўнасць (1). Адсюль $2x+3x=100$, $x=20$. Значыць, першага раствору трэба ўзяць 40 літраў, а другога — 60 літраў.

Задача 3. Ёсць кавалак сплаву медзі з волавам масай 15 кг, якая змяшчае 40% медзі. Колькі чыстага волава трэба дабавіць да яго, каб атрымаць сплаў з 30-працэнтнай колькасцю медзі?

Рашэнне. Схема да гэтай задачы мае 0 (мал.3).

0 40

30

40 – 30 =10 30 – 0 = 30

Мал.3

Масы адносяцца як 1 : 3. Такім чынам, $\frac{1}{3}\cdot 15=5$ (*кг*).

Задача 4. Ёсць два растворы кухоннай солі рознай канцэнтрацыі. Калі зліць разам 100 г першага раствору і 200 г другога, то атрымаецца 50-працэнтны раствор. Калі ж зліць 300 г першага раствору і 200 г другога, то атрымаецца 42-працэнтны раствор. Вызначце канцэнтрацыю кожнага з двух гэтых раствораў.

Рашэнне. Паколькі 100 : 200 = x : $2x$, то маем схему (мал.4).

? ?

r

x $2x$

$50-2x$ $50+x$

r

x $2x$

Мал.4

Зыходныя канцэнтрацыі ў працэнтах роўныя адпаведна $50-2x$ і $50+x$.

Адпаведная схема для другой сумесі паказана на малюнку 5. Па ўмове: $(x+8):(2x-8)=300:200$, адкуль $x=10$.

$50-2x$ $50+x$

42

$50+x-42=x-8$ $42-(50-2x)=2x-8$

Мал.5

Значыць, канцэнтрацыя першага раствору роўная $50-2\cdot 10=30\%$, а другога — $50+10=60\%$.

Задача 5. Сплаў золата з серабром важыць 2 кг 682 г, а пры поўным апусканні ў ваду — толькі 2 кг 502 г. Вызначце, колькі золата і серабра ў сплаве, калі вядома, што шчыльнасць золата — 19.3 $г/см^3$, а серабра — 10.5 $г/см^3$.

Рашэнне. У гэтай задачы мы абыдземся без працэнтаў, але скарыстаемся графічнай схемай (мал.6).

10.5 19.3

14.9

19.3 – 14.9 = 4.4 14.9 – 10.5 = 4.4

Мал.6

Сплаў страчвае пры апусканні ў ваду 2.682 – 2.502 = = 0.180 *кг*.

Па законе Архімеда, столькі ж важыць выцiснутая ім вада. Знаходзім аб'ём гэтай вады і, такім чынам, цела, якое яго выцiснула: 180 $см^3$. Цяпер знойдзем шчыльнасць цела: $\frac{2682}{180}=14.9$ $г/см^3$.

Шчыльнасць — вось што будзе адыгрываць ролю працэнтнай канцэнтрацыі! Золата і серабра будзе пароўну — 1.341 кг.

Разгледзім рашэнне задач са "Зборніка задач па алгебры 11 клас" (аўтары — А.П.Кузняцова, Г.Л.Мураўёва, Л.Б.Шнэперман, Б.Ю.Яшчын).

Задача № 1.8. Змяшалі малако тлустасцю 5% з сыроваткай, якая мае тлустасць 0.4%, і атрымалі 46 літраў малака тлустасцю 2.5%. Колькі літраў сыроваткі было ўзята?

Рашэнне.

5 0.4

2.5

2.5 – 0.4 = 2.1 5 – 2.5 = 2.5

$2.1x+2.5x=46$,
$x=10$,
$2.5\cdot 10=2.5$*л*.

Задача № 1.9. З малака, тлустасць якога складае 5%, вырабляюць тварог тлустасцю 15.5%, пры гэтым аддзяляецца сыроватка тлустасцю 0,5%. Колькі тварагу атрымліваецца з 1 тоны малака?

15.5 0.5

5

5 – 0.5 = 4.5 15.5 – 5 = 10.5

$4.5x+10.5x=1000$,
$x=\frac{200}{3}$,
$4.5\cdot\frac{200}{3}=300$ (*кг*).

"Матэматыка. Дапаможнік-рэпетытар для падрыхтоўкі да цэнтралізаванага тэсціравання" (аўтар — І.Г.Арэф'ева).

Задача № 23, стар. 439.

Змяшалі 30-працэнтны раствор салянай кіслаты з 10-працэнтным і атрымалі 600 г 15-працэнтнага раствору. Колькі грамаў першага раствору было ўзята?

30 10

15

15 – 10 = 5 30 – 15 = 15

$5x+15x=600$,
$x=30$,
$5\cdot 30=150$(*кг*).

Задача № 24.

Ёсць сталі двух гатункаў з колькасцю нікелю 5% і 40%. Колькі трэба ўзяць лому другога гатунку, каб атрымаць 140 кг сталі з колькасцю нікелю 30%?

5 40

30

40 – 30 = 10 30 – 5 = 25

$10x+25x=140$,
$x=4$,
$25\cdot 4=100$(*кг*).

Схемы пры рашэнні задач на сплавы ў маёй рабоце атрымалі больш шырокае прымяненне, чым планавалася. Канечне, прапанаваныя схемы пры рашэнні задач прапануецца выкарыстоўваць не замест ураўненняў і сістэм, а разам з імі. Яны дазваляюць праверыць вынікі вылічэнняў, робяць рашэнне больш наглядным, дазваляюць аўтаматызаваць навыкі пры рашэнні цэлага цыкла аднатыпных задач, а настаўнік з іх дапамогай можа хутка (без выпісвання ўраўненняў) праверыць рашэнне, скласці некалькі варыянтаў заданняў для самастойнай работы. Думаецца, што такая методыка рашэння задач на растворы з прымяненнем правіла крыжа хоць крыху дапаможа маладым калегам у гэтай справе.

Як і ўсе метады рашэнняў, канверт Пірсана мае свае перавагі і недахопы. Адной з пераваг гэтага спосабу з'яўляецца тое, што ён даступны вучням, якія не ўмеюць рашаць ураўненні. Недахопам гэтага метаду з'яўляецца тое, што яго можна прымяняць пры змешванні толькі двух раствораў. Гэта значыць, калі трэба змяшаць тры ці больш рэчываў, канверт Пірсана тут не дапаможа.

Таццяна ЗАХАРАНКА, настаўніца матэматыкі Цiманаўскай сярэдняй школы Клімавіцкага раёна.